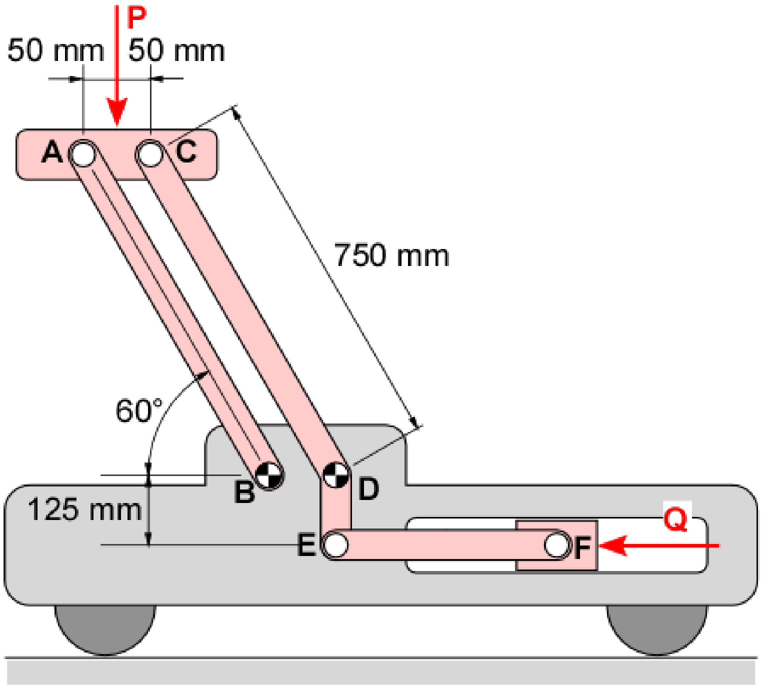
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

Ed.: De Agostini

Esercizio 5.8

Sulla piattaforma di sollevamento idraulica mostrata in figura agisce un carico *P= 20 kN.* Determinare la pressione dell'olio quando la piattaforma si trova nella posizione mostrata in figura sapendo che il pistone in **F** ha alesaggio pari a *d=40 mm*. Inoltre tracciare sul disegno, seppure in modo qualitativo, la soluzione grafica dell'equilibrio statico.



Svolgimento

Il problema viene risolto utilizzando il PLV; a tal fine, gli spostamenti vengono espressi in funzione dell'angolo compreso fra la direzione (**A**-**B**) e l'orizzontale: tale angolo viene indicato con θ e vale 60° nella configurazione considerata.

Tramite la relazione cinematica fondamentale del corpo rigido **CDE**:

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_D + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{C} - \mathbf{D}) \tag{1}$$

si può esprimere lo spostamento virtuale del punto **C** come:

$$\delta\mathbf{C} = \delta\mathbf{D} - \delta\boldsymbol{\theta} \times (\mathbf{C} - \mathbf{D}) \tag{2}$$

Si noti che le velocità angolari sono positive se dirette in senso antiorario; pertanto, in base alle convenzione adottata per θ, la velocità angolare di **CDE** è pari a $-\dot{\boldsymbol{\theta}}$. Imponendo la geometria della piattaforma si ottiene:

$$(\mathbf{C} - \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} -0{,}75 \cdot \cos(60°) \\ 0{,}75 \cdot \sin(60°) \end{bmatrix} m = \begin{bmatrix} -0{,}375 \\ 0{,}650 \end{bmatrix} m \tag{3}$$

$$\delta\mathbf{C} = -\delta\boldsymbol{\theta} \times (\mathbf{C} - \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} 0{,}650 \\ 0{,}375 \end{bmatrix} \delta\boldsymbol{\theta} \quad m \tag{4}$$

$$\delta\mathbf{E} = -\delta\boldsymbol{\theta} \times (\mathbf{E} - \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} -0{,}125 \\ 0 \end{bmatrix} \delta\boldsymbol{\theta} \quad m \tag{5}$$

Nella configurazione mostrata, inoltre, è anche:

$$\delta\mathbf{F} = \delta\mathbf{E} \tag{6}$$

Per il principio dei lavori virtuali deve valere:

$$\delta L = 0 \rightarrow \mathbf{Q} \cdot \delta\mathbf{F} + \mathbf{P} \cdot \delta\mathbf{C} = 0 \tag{7}$$

in cui si è indicata con **Q** la forza che agisce sul pistone. Tenendo conto delle (4-6) si ha:

$$Q \cdot 0{,}125\,\delta\theta - P \cdot 0{,}375\,\delta\theta = (0{,}125\,Q - 0{,}375P)\delta\theta = 0 \tag{8}$$

Per il PLV, essendo gli spostamenti $\delta\theta$ arbitrari, deve essere:

$$0{,}125\,Q - 0{,}375P = 0 \rightarrow Q = \frac{0{,}375}{0{,}125} P = 60000 \ \ N \tag{9}$$

La pressione *p* che agisce sul pistone oleodinamico vale:

$$p = \frac{Q}{\pi \cdot d^2/4} = 477 \text{ bar} \tag{10}$$

Bozza di soluzione grafica