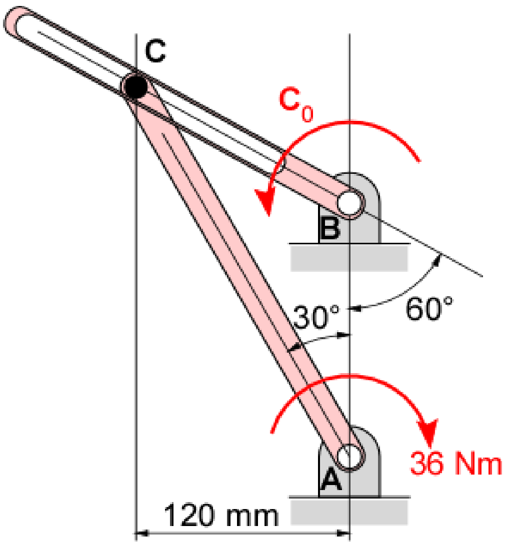
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

Ed.: De Agostini

Esercizio 5.27

Dato il meccanismo in figura, per il quale è possibile trascurare il peso dei membri, determinare il valore della coppia C_0 che tiene il sistema in equilibrio.



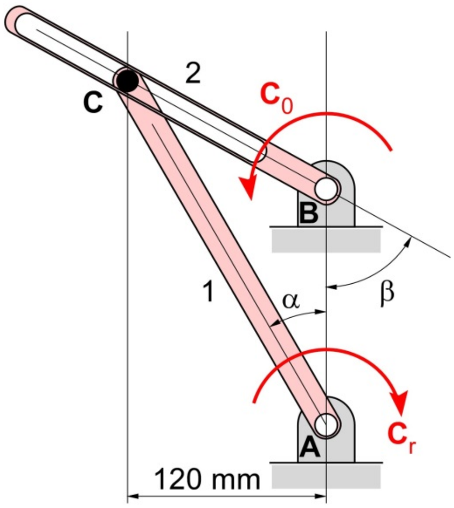
Svolgimento

Si intende utilizzare il PLV. Poiché il meccanismo ha 1 gdl, occorre correlare le velocità angolari delle 2 aste, sulle quali agiscono le coppie che compiono lavoro. Infatti, indicando α e β gli angoli mostrati in figura, il principio dei lavori virtuali per il meccanismo in studio si scrive:

$$\delta L = -C_r \delta\alpha + C_0 \delta\beta = 0 \tag{1}$$

infatti le velocità angolari delle 2 aste valgono proprio:

$$\omega_1 = \dot{\alpha} \qquad\qquad \omega_2 = \dot{\beta} \tag{2}$$



La chiusura della catena cinematica consente, come al solito, di trovare le relazioni richieste.

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{C1}} = \delta \boldsymbol{\alpha} \times (\mathbf{C} - \mathbf{A}) \tag{3}$$

dove:

$$(\mathbf{C} - \mathbf{A}) = \frac{0{,}12}{\mathrm{sen}(30°)} \begin{bmatrix} -\mathrm{sen}(30°) \\ \cos(30°) \end{bmatrix} = 0{,}12 \begin{bmatrix} -1 \\ \cot(30°) \end{bmatrix} \; m \tag{4}$$

e quindi:

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{C1}} = -0{,}12 \begin{bmatrix} \cot(30°) \\ 1 \end{bmatrix} \delta\alpha \tag{5}$$

Per quel che riguarda la seconda asta si può scrivere:

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{C2}} = \delta \boldsymbol{\beta} \times (\mathbf{C} - \mathbf{B}) \tag{6}$$

dove:

$$(\mathbf{C} - \mathbf{B}) = \frac{0{,}12}{\mathrm{sen}(60°)} \begin{bmatrix} -\mathrm{sen}(60°) \\ \cos(60°) \end{bmatrix} = 0{,}12 \begin{bmatrix} -1 \\ \cot(60°) \end{bmatrix} \; m \tag{7}$$

e quindi:

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{C2}} = -0{,}12 \begin{bmatrix} \cot(60°) \\ 1 \end{bmatrix} \delta\beta \tag{8}$$

Usando il teorema delle velocità relative per correlare le velocità delle 2 aste in **C**, si ottiene:

$$\delta \mathbf{s}_{\mathbf{C1}} = \delta \mathbf{s}_{\mathbf{C2}} + \delta \mathbf{s}_{\mathbf{C1/2}} \tag{9}$$

$$-0{,}12\begin{bmatrix}\cot(30°)\\ 1\end{bmatrix}\delta\alpha = -0{,}12\begin{bmatrix}\cot(60°)\\ 1\end{bmatrix}\delta\beta + \begin{bmatrix}-\operatorname{sen}(60°)\\ \cos(60°)\end{bmatrix}\delta s_{C1/2} \tag{10}$$

da cui è possibile determinare $\delta\beta$ in funzione di $\delta\alpha$

$$\delta\beta = 2sen^2(60°)\delta\alpha = \frac{3}{2}\delta\alpha \tag{11}$$

A questo punto il principio dei lavori virtuali (1) si scrive:

$$-C_r\delta\alpha + C_0\frac{3}{2}\delta\alpha = 0 \tag{12}$$

$$\left(-C_r + \frac{3}{2}C_0\right)\delta\alpha = 0 \tag{13}$$

e, per l'arbitrarietà degli spostamenti $\delta\alpha$, si trova:

$$C_0 = \frac{2}{3}C_r = 24\ \ Nm \tag{14}$$