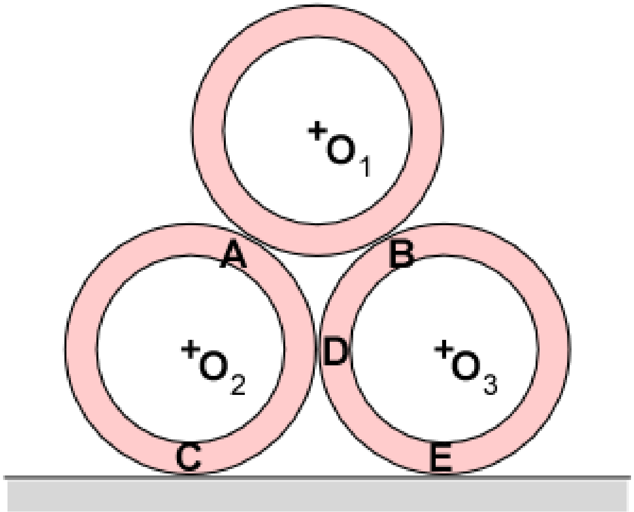
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

Ed.: De Agostini

Esercizio 5.23

Alcune tubature in cemento sono accatastate in un cortile: determinare le condizioni di aderenza affinché la catasta mostrata in figura non collassi.



Svolgimento

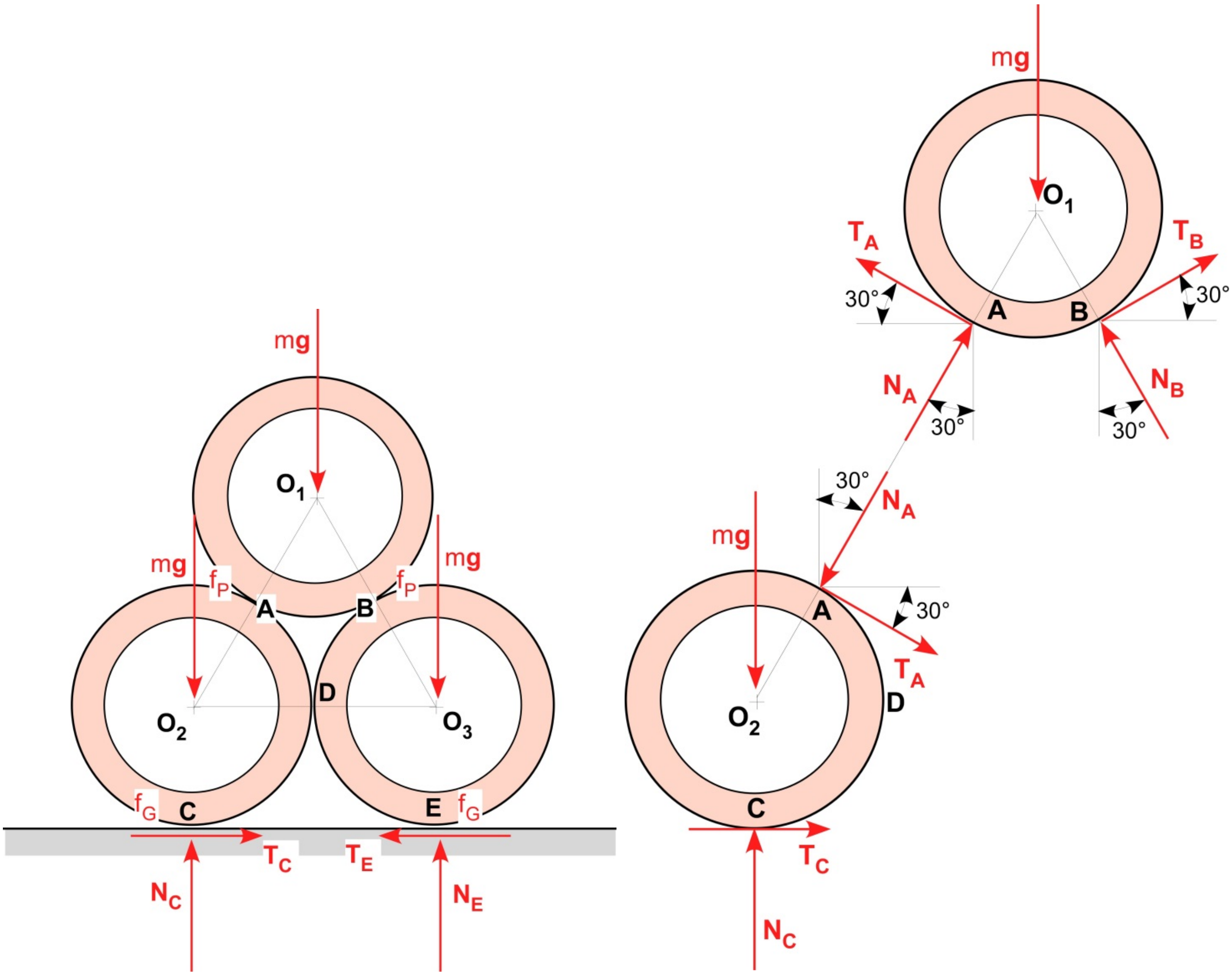
Innanzitutto si nota che il coefficiente di attrito f_P tra le tubature in cemento (in **A** e **B**) e quello f_G fra tubi e terreno (in **C** ed **E**) saranno in generale diversi. Inoltre, facendo riferimento alla figura seguente, si indica con $m\mathbf{g}$ il peso dei tubi e con r il loro raggio esterno: si nota immediatamente che il problema è simmetrico rispetto all'asse verticale, pertanto basterà studiare l'equilibrio dei tubi 1 e 2.

Il cedimento della catasta di tubi si può verificare secondo 2 modalità diverse:

- Se l'attrito con il terreno è sufficientemente basso, i tubi 2 e 3 mantengono l'aderenza con il tubo 1 nei punti **A** e **B** mentre strisciano sul terreno (si allontanano tra loro: il tubo 2 ruota in senso orario, mentre il 3 in senso anti-orario).
- Se l'attrito con il terreno è sufficientemente alto, i tubi 2 e 3 mantengono l'aderenza con il terreno mentre strisciano con il tubo 1 nei punti **A** e **B** (si allontanano tra loro: il tubo 2 ruota in senso anti-orario, mentre il 3 ruota in senso orario)

Il diagramma di corpo libero del sistema è rappresentato tenendo conto della simmetria già commentata: si noti che sono presenti 6 incognite (con queste condizioni di carico la forza in **D** deve essere nulla, a maggior ragione lo è in condizioni limite di cedimento della catasta): N_A, T_A, N_B, T_B, N_C, T_C.

Pertanto le forze incognite possono essere determinate dalle 6 equazioni di equilibrio dei tubi 1 e 2 (cioè non è necessario introdurre ulteriori ipotesi sul cedimento della catasta e gli stessi versi delle forze sono determinati dal risultato del sistema di equazioni).



In realtà è possibile arrivare più velocemente alla soluzione scrivendo l'equilibrio globale dell'intero sistema:

$$N_C = N_E = \frac{3}{2}mg \tag{1}$$

$$T_C = T_E \tag{2}$$

Si scriva ora l'equilibrio del rullo 2:

$$N_C - mg - N_A cos30° - T_A sen30° = 0 \tag{3}$$

$$T_C + T_A cos30° - N_A sen30° = 0 \tag{4}$$

$$T_C r - T_A r = 0 \tag{5}$$

Tenendo conto del fatto che il valore di N_C è già stato determinato in (1), il sistema (3-5) può essere risolto per trovare:

$$\begin{cases} T_A = T_C = T_E = \frac{sen30°}{2(1+cos30°)} mg \\ N_A = \frac{1}{2} mg \end{cases} \tag{6}$$

Pertanto nei punti **A** e **B** di contatto tra i rulli deve valere:

$$f_P \geq {T_A}/{N_A} = \frac{sen30°}{1+cos30°} = 0,27 \tag{7}$$

e nei punti **C** ed **E** di contatto tra i rulli e suolo deve essere:

$$f_G \geq {T_C}/{N_C} = \frac{\frac{sen30°}{2(1+cos30°)} mg}{\frac{3}{2} mg} = \frac{1}{3} \frac{sen30°}{1+cos30°} = \frac{1}{3} f_P = 0,09 \tag{8}$$