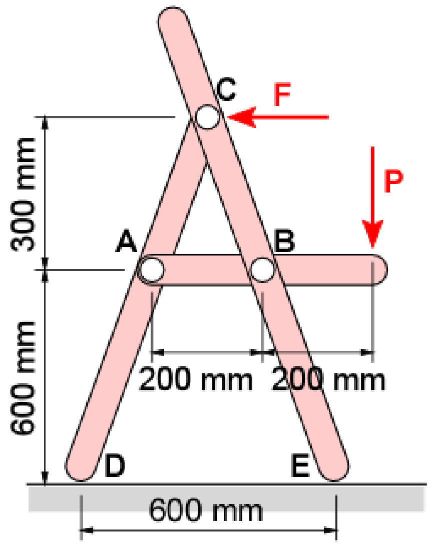
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

Ed.: De Agostini

Esercizio 5.10

La sedia mostrata in figura, di massa trascurabile, è appoggiata al pavimento con un coefficiente di attrito statico f_s*=0,4*. È nota anche la forza agente sulla seduta, di modulo *P=800 N*: determinare il valore delle reazioni vincolari nei perni **A**, **B**, **C** nel caso in cui la forza **F** agente sullo schienale sia in grado di innescare un moto incipiente.



Svolgimento

Dal momento che è richiesto di calcolare il valore delle reazioni vincolari interne, è necessario scomporre la sedia nelle sue parti componenti ed applicare a ciascuna di esse le equazioni cardinali della statica. È meglio, tuttavia, determinare per prima cosa il valore della forza limite *F* cercata.

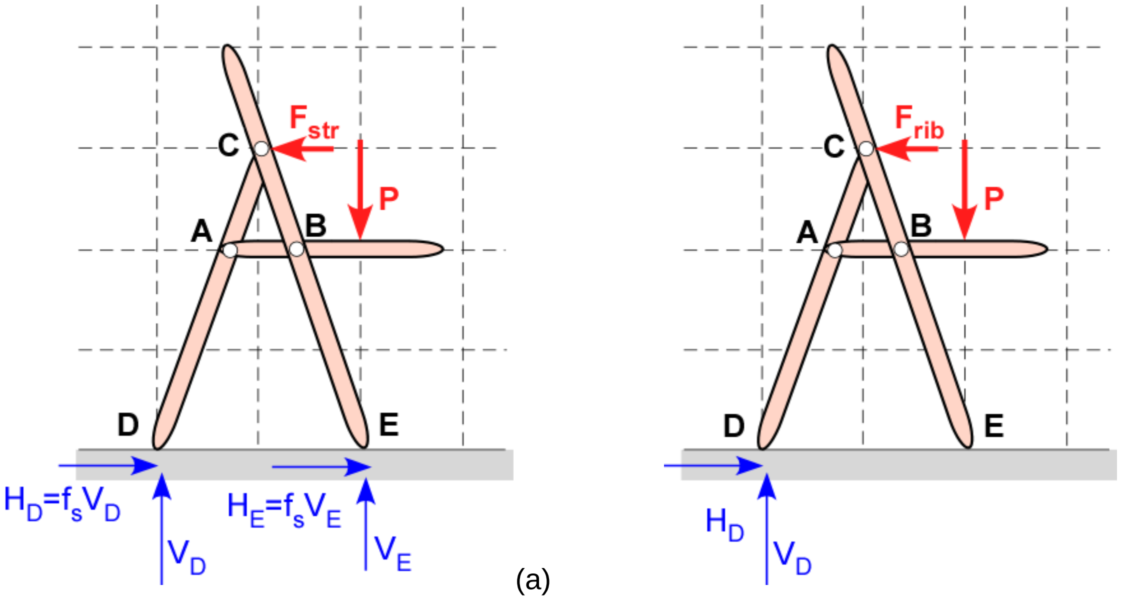


Fig. 1. Reazioni vincolari esterne nel caso limite di strisciamento (a) e di ribaltamento (b)

Le dimensioni geometriche in tutte le figure sono indicate tramite una quadrettatura di lato *a=300 mm*: si verificherà, come è intuitivo, che la scala delle figure non è influente per il risultato ricercato.

Si calcoli dapprima la minima forza F_{str} che fa strisciare la sedia sul pavimento, vedi Fig. 1a; è sufficiente scrivere le 3 equazioni di equilibrio statico della intera sedia:

$$H_D + H_E = F_{str} \tag{1}$$

$$V_D + V_E = P \tag{2}$$

$$V_E \cdot 2a - P \cdot 2a + F_{str} \cdot 3a = 0 \tag{3}$$

ed unire ad esse le condizioni di moto incipiente:

$$H_D = f_s \cdot V_D \tag{4}$$

$$H_E = f_s \cdot V_E \tag{5}$$

Risolvendo il sistema (1-5) si trova, come era ovvio:

$$F_{str} = f_s \cdot P = 320\ N \tag{6}$$

Si calcoli ora la minima forza F_{rib} che fa ribaltare la sedia, vedi Fig. 1b:

$$F_{rib} \cdot 3a = P \cdot 2a \tag{7}$$

$$F_{rib} = \frac{2}{3} \cdot P = 533\ N \tag{8}$$

Pertanto, siccome il valore trovato in (8) è maggiore di quello in (6), la sedia striscia prima di ribaltarsi ed il valore di forza da considerare nel resto del problema per *F* è dato proprio dalla (6), ovvero *F=320 N*.

Risolvendo il sistema (1-5) si trovano i valori delle altre incognite, le reazioni vincolari esterne H_D, H_E, V_D, V_E.

$$V_E = \frac{2-3f_s}{2} \cdot P = 320\ N \qquad (9)$$

$$V_D = \frac{3}{2} f_s \cdot P = 480\ N \qquad (10)$$

$$H_D = f_s \cdot V_D = 192\ N \qquad (11)$$

$$H_E = f_s \cdot V_E = 128\ N \qquad (12)$$

A questo punto, per determinare il valore delle forze nei perni, occorre effettuare il diagramma di corpo libero del sistema, come indicato in Fig. 2; sono indicate in rosso le forze note ed in blu quelle ancora incognite.

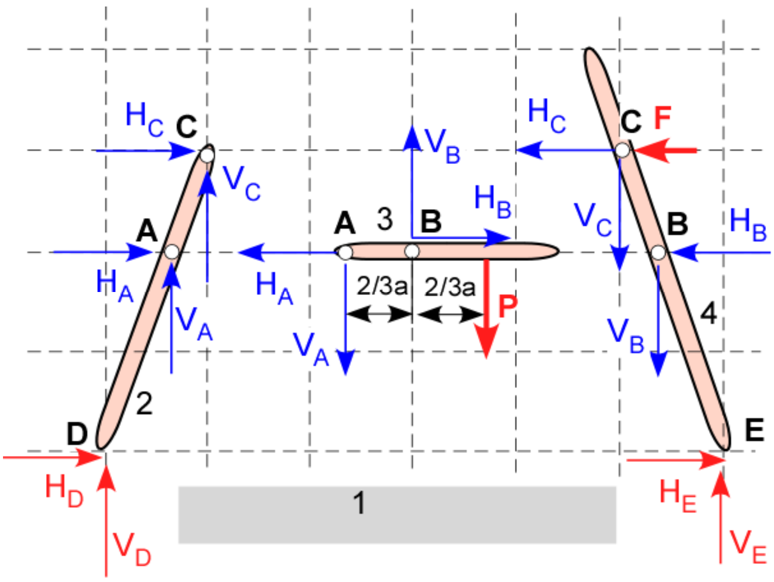


Fig. 2. Diagramma di corpo libero della sedia

Dal momento che occorre ancora determinare 6 incognite, si scrivono 2 equazioni per ognuno dei 3 corpi che compongono il sistema:

corpo 2:

$$\sum_A M = 0 \quad H_D \cdot 2a - V_D \cdot \frac{2}{3} a - H_C \cdot a + V_C \cdot \frac{a}{3} = 0 \qquad (13)$$

$$\sum_C M = 0 \quad H_D \cdot 3a - V_D \cdot a + H_A \cdot a - V_A \cdot \frac{a}{3} = 0 \qquad (14)$$

corpo 3:

$$\sum_A M = 0 \quad V_B \cdot \frac{2}{3}a - P \cdot \frac{4}{3}a = 0 \tag{15}$$

$$\sum_B M = 0 \quad V_A \cdot \frac{2}{3}a - P \cdot \frac{2}{3}a = 0 \tag{16}$$

corpo 4:

$$\sum_B M = 0 \quad (H_C + F) \cdot a + V_C \cdot \frac{1}{3}a + H_E \cdot 2a + V_E \cdot \frac{2}{3}a = 0 \tag{17}$$

$$\sum_C M = 0 \quad -H_B \cdot a - V_B \cdot \frac{a}{3} + H_E \cdot 3a + V_E \cdot a = 0 \tag{18}$$

Dalla (15) e dalla (16) si ricavano subito i valori di V_A e V_B:

$$V_A = P = 800\ N \tag{19}$$

$$V_B = 2P = 1\ 600\ \mathrm{N} \tag{20}$$

dalla (14) il valore di H_A:

$$H_A = \frac{1}{3}V_A + V_D - 3H_D = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2}f_s - \frac{9}{2}f_s^2\right)P = 171\ N \tag{21}$$

che deve essere uguale al valore di H_B per l'equilibrio alle traslazioni orizzontali della seduta 3:

$$H_B = H_A = 171\ \mathrm{N} \tag{22}$$

Infine facendo sistema tra le (13) e (17) si trova il valore di H_C e V_C:

$$\begin{cases} \mathrm{V_C} - 3\mathrm{H_C} = 2\mathrm{V_D} - 6\mathrm{H_D} \\ \mathrm{V_C} + 3\mathrm{H_C} = -3\mathrm{F} - 2\mathrm{V_E} - 6\mathrm{H_E} \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{cases} \mathrm{V_C} = -\mathrm{P} - \frac{3}{2}\mathrm{F} = -1\ 280\ \mathrm{N} \\ \mathrm{H_C} = -\frac{1}{2}\mathrm{F} - \mathrm{H_E} - \frac{1}{3}\mathrm{V_E} - \frac{1}{3}\mathrm{V_D} + \mathrm{H_D} = \frac{-3\mathrm{F} - 2\mathrm{P} - 6\mathrm{f_s}\mathrm{P} + 18\mathrm{f_s^2}\mathrm{P}}{6} = -363\ \mathrm{N} \end{cases} \tag{24}$$

La Fig. 3 mostra il diagramma di corpo libero della sedia con le reazioni vincolari disposte nel verso corretto.

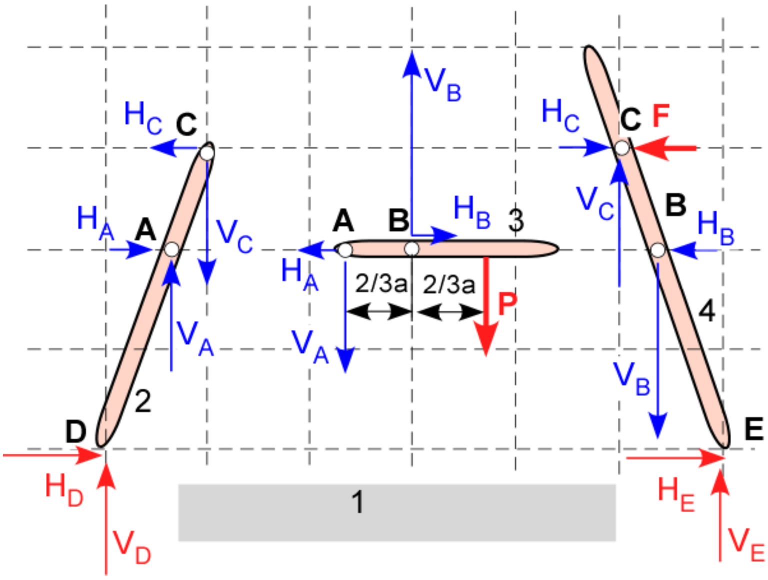


Fig. 3. Diagramma di corpo libero della sedia con reazioni vincolari disposte nel verso corretto

Le reazioni vincolari che agiscono sui perni valgono pertanto:

$$R_A = \sqrt{H_A^2 + V_A^2} = 818\ N \tag{25}$$

$$R_B = \sqrt{H_B^2 + V_B^2} = 1\,609\ N \tag{26}$$

$$R_C = \sqrt{H_C^2 + V_C^2} = 1\,330\ N \tag{27}$$